МАТЕМАТИКА

В РІДНІЙ ШКОЛІ

ПЕРЕДПЛАТНИЙ ІНДЕКС 68834

№ 10, 2015

У НОМЕРІ:

ПІДГОТОВКА ДО ДВОРІВНЕВОГО ЗОВНІШНЬОГО НЕЗАЛЕЖНОГО ОЦІНЮВАННЯ ЯКОСТІ ЗНАНЬ З МАТЕМАТИКИ

РІВНЯННЯ ДРУГОГО СТЕПЕНЯ З ПАРАМЕТРОМ

ДЕЯКІ НЕСТАНДАРТНІ ЗАДАЧІ ЕЛЕМЕНТАРНОЇ МАТЕМАТИКИ

ВИДАВНИЦТВО
ПЕДАГОГІЧНА ПРЕСА
ДЕРЖАВНЕ ІНФОРМАЦІЙНО-ВИРОБНИЧЕ ПІДПРИЄМСТВО

МАТЕМАТИКА

В РІДНІЙ ШКОЛІ

НАУКОВО-МЕТОДИЧНИЙ ЖУРНАЛ
№ 10 (169) 2015, ЖОВТЕНЬ
ЩОМІСЯЧНИК
Передплатний індекс **68834**

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДЕРЖАВНЕ ІНФОРМАЦІЙНО-ВИРОБНИЧЕ ПІДПРИЄМСТВО
ВИДАВНИЦТВО «ПЕДАГОГІЧНА ПРЕСА»

Заснований у 1997 р.
До 2012 р. журнал виходив у світ під назвою «Математика в школі»; до 2014 р. журнал виходив під назвою «Математика в сучасній школі».

Свідоцтво про державну реєстрацію друкованого засобу масової інформації, серія КВ №20025–8925 пр від 25.06.2013 р.

ЗМІСТ

РІВНЯННЯ ДРУГОГО СТЕПЕНЯ З ПАРАМЕТРОМ

Василь ШВЕЦЬ — завідувач кафедри математики і теорії та методики навчання математики НПУ ім. М. П. Драгоманова, кандидат педагогічних наук, професор;
Алла ПРУС — доцент кафедри методики навчання математики, фізики та інформатики ЖДУ ім. Івана Франка, кандидат педагогічних наук, доцент

1. Поняття рівняння другого степеня з параметром і алгоритм його розв'язання

Зі шкільного курсу алгебри відомо, що рівняння виду $ax^2 + bx + c = 0$, де a, b, c — дійсні числа, $a \neq 0$, x — змінна, називається **квадратним**. Дотримуючись аналогічних міркувань, сформулюємо означення.

Означення. Рівнянням другого степеня з параметром (параметрами) називатимемо рівняння виду $f(a) \cdot x^2 + \varphi(a) \cdot x + h(a) = 0$, де $f(a)$, $\varphi(a)$ та $h(a)$ — аналітично задані функції параметра (змінної) a, x — змінна.

Наприклад, рівняння:

а) $6x^2 + 19ax + 5 = 0$, де
$f(a) = 6$, $\varphi(a) = 19a$, $h(a) = 5$;

б) $2ax^2 - (7a + 1)x - 11 = 0$, де
$f(a) = 2a$, $\varphi(a) = -(7a + 1)$, $h(a) = -11$;

в) $x^2 - 36a^2 = 0$, де
$f(a) = 1$, $\varphi(a) = 0$, $h(a) = -36a^2$ (неповне);

г) $9ax^2 - 45x = 0$, де
$f(a) = 9a$, $\varphi(a) = -45$, $h(a) = 0$ (неповне);

д) $(a + 6)x^2 + (19a - 1)x + 5 - 20a = 0$, де
$f(a) = a + 6$, $\varphi(a) = 19a - 1$, $h(a) = 5 - 20a$.

Із наведених прикладів випливає, що рівняння другого степеня з параметром може бути **повним, неповним.**

Якщо існують значення параметра a, при яких $f(a) = 0$, то **для них** це рівняння набуває вигляду $\varphi(a) \cdot x + h(a) = 0$, тобто стає **лінійним**.

Для всіх значень параметра a, при яких $f(a) \neq 0$, рівняння другого степеня з параметром $f(a) \cdot x^2 + \varphi(a) \cdot x + h(a) = 0$ називають **квадратним** із параметром a.

Із наведених прикладів рівняння а), в) — **квадратні рівняння з параметром *a***, а рівняння б), г), д) — залежно від значень параметра a, стають **лінійними** чи **квадратними**.

Рівняння другого степеня з параметром (та рівняння, яке зводиться до нього) розв'язують аналітично, дотримуючись такого **алгоритму.**

1. Привести рівняння з параметром (якщо це можливо) до виду $f(a) \cdot x^2 + \varphi(a) \cdot x + h(a) = 0$.

2. Виписати функції (коефіцієнти) $f(a)$, $\varphi(a)$, $h(a)$ рівняння.

3. Розглянути випадок, коли $f(a) = 0$, якщо це можливо. Це випадок лінійного рівняння.

4. Розглянути випадок, коли $f(a) \neq 0$ (це випадок квадратного рівняння з параметром). Записати дискримінант D даного квадратного рівняння за формулою $D = \varphi^2(a) - 4f(a) \cdot h(a)$.

5. Дослідити дискримінант квадратного рівняння та визначити його розв'язки:

5.1. Розв'язати нерівність $D > 0$ і для всіх її розв'язків знайти два розв'язки квадратного рівняння

$$x_{1,2} = \frac{-\varphi(a) \pm \sqrt{D}}{2f(a)};$$

5.2. Розв'язати рівняння $D = 0$ і для всіх його розв'язків знайти розв'язок квадратного рівняння

$$x_1 = x_2 = -\frac{\varphi(a)}{2f(a)};$$

5.3. Розв'язати нерівність $D < 0$ і вказати, що для всіх її розв'язків квадратне рівняння розв'язків не матиме.

Записати відповідь для всіх значень параметра a (і для тих, при яких $f(a) = 0$, і для тих, при яких $f(a) \neq 0$).

Приклад застосування вказаного алгоритму подано в таблиці на с. 17.

2. Приклади розв'язання рівнянь другого степеня з параметром

Розв'яжіть рівняння з параметром a:
$(a - 1)x^2 + 2(2a + 1)x + 4a + 3 = 0$.

Розв'язання.

Якщо $a - 1 = 0$, тобто $a = 1$, то рівняння буде лінійним: $6x + 7 = 0$; $x = -\frac{7}{6}$.

Якщо $a - 1 \neq 0$, тобто $a \neq 1$, то рівняння буде квадратним. Випишемо коефіцієнти квадратного рівняння $f(a)$, $\varphi(a)$, $h(a)$: $f(a) = a - 1$; $\varphi(a) = 2(2a + 1)$; $h(a) = 4a + 3$.

Знайдемо дискримінант квадратного рівняння: $D = \varphi^2(a) - 4f(a) \cdot h(a) = 4(2a + 1)^2 - 4(a - 1) \cdot (4a + 3) = 4(4a^2 + 4a + 1 - 4a^2 - 3a + 4a + 3) = 4(5a + 4)$.

Розв'яжемо квадратне рівняння залежно від знака його дискримінанта.

4.1. Якщо $D > 0$; $4(5a + 4) > 0$; $5a + 4 > 0$; $a > -\frac{4}{5}$, то при таких значеннях параметра рівняння буде мати два різні корені:

$$x_{1,2} = \frac{-\varphi(a) \pm \sqrt{D}}{2f(a)} = \frac{-2(2a+1) \pm 2\sqrt{5a+4}}{2(a-1)} =$$

$=-\dfrac{2a+1\pm\sqrt{5a+4}}{a-1}$.

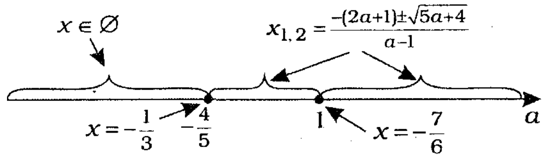
4.2. Якщо $D = 0$; $4(5a + 4) = 0$; $a=-\frac{4}{5}$, то рівняння матиме два рівні корені:

$$x_1=x_2=\frac{-\varphi(a)}{2f(a)}=\frac{-2(2a+1)}{2(a-1)}=\frac{-2a-1}{a-1}=$$

$$=\frac{-2\left(-\frac{4}{5}\right)-1}{-\frac{4}{5}-1}=\frac{\frac{8}{5}-1}{-\frac{9}{5}}=-\frac{1}{3}.$$

4.3. Якщо $D < 0$; $4(5a + 4) < 0$; $a<-\frac{4}{5}$; рівняння не матиме коренів.

Позначимо знайдені розв'язки на прямій параметрів та запишемо відповідь (мал. 1).



Мал. 1

Відповідь. Якщо $a\in\left(-\infty;-\frac{4}{5}\right)$, то $x\in\varnothing$; якщо $a=-\frac{4}{5}$, то $x=-\frac{1}{3}$; якщо $a\in\left(-\frac{4}{5};1\right)\cup(1;+\infty)$, то $x=-\frac{2a+1\pm\sqrt{5a+4}}{a-1}$; якщо $a = 1$, то $x=-\frac{7}{6}$.

Розв'яжіть рівняння з параметром a:
$(a^2 + a - 2)x^2 + 2a^2x + a^2 - 1 + ax + 3x = 0$.

Розв'язання.

Приведемо рівняння до вигляду:
$f(a)x^2 + \varphi(a)x + h(a) = 0$: $(a^2 + a - 2)x^2 + (2a^2 + a + 3)x + a^2 - 1 = 0$.

Якщо $a^2 + a - 2 = 0$, тобто $a = -2$ або $a = 1$, то рівняння буде лінійним; зокрема, при $a = -2$: $9x + 3 = 0$; $x=-\frac{1}{3}$; при $a = 1$: $6x = 0$; $x = 0$.

Якщо $a^2 + a - 2 \neq 0$, тобто $a \neq -2$, $a \neq 1$, то рівняння буде квадратним; випишемо коефіцієнти $f(a)$, $\varphi(a)$, $h(a)$ квадратного рівняння:

Таблиця

	Розв'язіть рівняння $ax + ax^2 + a - 2 = x^2 + 3x$ з параметром a		
1	$ax + ax^2 + a - 2 = x^2 + 3x$; $ax + ax^2 + a - 2 - x^2 - 3x = 0$; $(a - 1)x^2 + (a - 3)x + a - 2 = 0$		Приводимо це рівняння до виду $f(a)\cdot x^2 + \varphi(a)\cdot x + h(a) = 0$
2	$f(a) = a - 1$, $\varphi(a) = a - 3$, $h(a) = a - 2$		Визначаємо коефіцієнти $f(a)$, $\varphi(a)$, $h(a)$
3	$f(a) = a - 1 = 0$, $a = 1$	$(1 - 1)x^2 + (1 - 3)x + 1 - 2 = 0$; $-2x - 1 = 0$, $x=-\frac{1}{2}$	Розв'язуємо рівняння для випадку, коли $f(a) = 0$
4	$f(a) = a - 1 \neq 0$, $a \neq 1$	$D = (a - 3)^2 - 4(a - 1)(a - 2) = -3a^2 + 6a + 1$	Розв'язуємо рівняння для випадку, коли $f(a) \neq 0$. Обчислюємо D
5.1	$-3a^2 + 6a + 1 > 0$, $3a^2 - 6a - 1 < 0$, $a\in\left(\frac{3-2\sqrt{3}}{3};\frac{3+2\sqrt{3}}{3}\right)$ і $a \neq 1$	$x_{1,2}=\frac{-(a-3)\pm\sqrt{-3a^2+6a+1}}{2(a-1)}$	Знаходимо значення параметра a, при яких рівняння має два корені ($D > 0$), знаходимо обидва корені
5.2	$-3a^2 + 6a + 1 = 0$, $a_1=\frac{3-2\sqrt{3}}{3}$ або $a_2=\frac{3+2\sqrt{3}}{3}$	$x_1=x_2=\frac{-(a-3)\pm 0}{2(a-1)}$, $x_1=x_2=\frac{3-a}{2a-2}$	Знаходимо значення параметра a, при яких рівняння матиме два рівні корені ($D = 0$)
	$a_1=\frac{3-2\sqrt{3}}{3}$	$x_1=x_2=\frac{3-\frac{3-2\sqrt{3}}{3}}{2\cdot\frac{3-2\sqrt{3}}{3}-2}=\frac{-1-\sqrt{3}}{2}$	Обчислюємо корені при кожному значенні параметра
	$a_2=\frac{3+2\sqrt{3}}{3}$	$x_1=x_2=\frac{3-\frac{3+2\sqrt{3}}{3}}{2\cdot\frac{3+2\sqrt{3}}{3}-2}=\frac{-1+\sqrt{3}}{2}$	
5.3	$a\in\left(-\infty;\frac{3-2\sqrt{3}}{3}\right)\cup\left(\frac{3+2\sqrt{3}}{3};+\infty\right)$	$x \in \varnothing$	Знаходимо значення параметра, при яких $D < 0$
6	***Відповідь.*** Якщо $a\in\left(-\infty;\frac{3-2\sqrt{3}}{3}\right)\cup\left(\frac{3+2\sqrt{3}}{3};+\infty\right)$, то $x \in \varnothing$; якщо $a=\frac{3-2\sqrt{3}}{3}$, то $x=\frac{-1-\sqrt{3}}{2}$; якщо $a=\frac{3+2\sqrt{3}}{3}$, то $x=\frac{-1+\sqrt{3}}{2}$; якщо $a = 1$, то $x=-\frac{1}{2}$; якщо $a\in\left(\frac{3-2\sqrt{3}}{3};1\right)\cup\left(1;\frac{3+2\sqrt{3}}{3}\right)$, то $x_{1,2}=\frac{-(a-3)\pm\sqrt{-3a^2+6a+1}}{2(a-1)}$		

$f(a) = a^2 + a - 2$; $\varphi(a) = 2a^2 + a + 3$;
$h(a) = a^2 - 1$.

Знайдемо дискримінант квадратного рівняння: $D = (2a^2 + a + 3)^2 - 4 \cdot (a^2 + a - 2)(a^2 - 1) = 4a^4 + 4a^2(a + 3) + a^2 + 6a + 9 - 4a^4 + 4a^2 - 4a^3 + 4a + 8a^2 - 8 = (5a + 1)^2 \geq 0$.

Розглянемо розв'язання квадратного рівняння залежно від знака його дискримінанта.

5.1. Якщо $D > 0$; $(5a + 1)^2 > 0$, $a \neq -\frac{1}{5}$, то рівняння матиме два різні корені:

$$x_{1,2} = \frac{-(2a^2+a+3)\pm(5a+1)}{2(a^2+a-2)}; \text{ отже,}$$

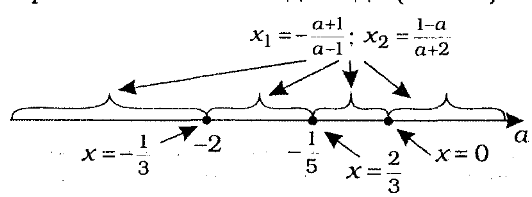
$$x_1 = \frac{-2a^2-a-3+5a+1}{2(a^2+a-2)} = \frac{-2a^2+4a-2}{2(a^2+a-2)} = \frac{-a^2+2a-1}{a^2+a-2} = -\frac{a-1}{a+2}, \ (a \neq -2) \text{ або}$$

$$x_2 = \frac{-2a^2-a-3-5a-1}{2(a^2+a-2)} = \frac{-2a^2-6a-4}{2(a^2+a-2)} = \frac{-a^2-3a-2}{a^2+a-2} = -\frac{a+1}{a-1} \ (a \neq 1).$$

5.2. Якщо $D = 0$; $(5a + 1)^2 = 0$, $a = -\frac{1}{5}$, рівняння матиме два рівні корені:

$$x_1 = x_2 = \frac{-\left(2 \cdot \frac{1}{25} - \frac{1}{5} + 3\right)}{2 \cdot \left(\frac{1}{25} - \frac{1}{5} - 2\right)} = \frac{2}{3}.$$

Позначимо знайдені розв'язки на прямій параметрів та запишемо відповідь (мал. 2).



Мал. 2

Відповідь. Якщо $a \in (-\infty; -2) \cup \left(-2; -\frac{1}{5}\right) \cup \left(-\frac{1}{5}; 1\right) \cup (1; +\infty)$, то $x_1 = -\frac{a+1}{a-1}$; $x_2 = \frac{1-a}{a+2}$; якщо $a = -2$, то $x = -\frac{1}{3}$; якщо $a = -\frac{1}{5}$, то $x = \frac{2}{3}$; якщо $a = 1$, то $x = 0$.

Вправи для самостійного розв'язання

Група А

1. Розв'яжіть рівняння з параметром a:
1) $2x^2 - (a - 1)x + a + 1 = 0$;
2) $ax^2 + 2x + 1 = 0$;
3) $ax^2 - (a + 1)x + a^2 + a = 0$;
4) $(a - 5)x^2 + 3ax - (a - 5) = 0$.

2. Розв'яжіть рівняння з параметром a:
1) $x^2 - ax - 2a^2 = 0$;
2) $ax^2 - (a + 1)x + 1 = 0$;
3) $(a - 1)x^2 + 2(2a + 1)x + 4a + 3 = 0$;
4) $(2a - 1)x^2 - (3a + 1)x - a - 1 = 0$;
5) $(a^2 + a - 2)x^2 - (2a^2 + a + 3)x + a^2 - 1 = 0$.

3. Розв'яжіть рівняння з параметром a:
1) $x^2 + 1 = a(x^2 - 1) - 2x$;
2) $x(x + 3) + a(a - 3) = 2(ax - 1)$;
3) $(x - a)^2 + (1 - ax)^2 - 2x = 2a(a - 2)x$;
4) $(1 + ax)x = (1 - x)a^2 + a + 1$;
5) $(x - 1)(x - 2) = (a - 1)(a - 2)$.

4. Розв'яжіть рівняння з параметром a:
1) $(x + a)(x - a) - 2ax = a(3a - 2x)$;
2) $(x + 13a)^2 + 9(x + 3a)^2 = 4(x + 10a)^2$;
3) $a^2(1 + x)^2 = (a^2 + x)^2$.

5. При яких значеннях параметра a рівняння $(a^2 - a - 2)x^2 + 2x + 5 = 0$ є лінійним?

6. Знайдіть всі значення параметра a, для яких квадратне рівняння $(a + 1)x^2 + 2(a + 1) \times x + a - 2 = 0$: а) має два різні корені; б) не має коренів; в) має два рівні корені.

7. Визначте, при яких значеннях параметра m корені рівнянь будуть: а) дійсні рівні; б) дійсні різні; в) рівняння не матимуть дійсних коренів:
1) $mx^2 - (3m + 1)x + m = 0$;
2) $(2 - 3m)x^2 - 2mx + 1 - m = 0$;
3) $(m - 4)x^2 + (m + 1)x + 2m - 1 = 0$;
4) $(3m - 2)x^2 - (5m + 2)x + 5m - 1 = 0$.

8. Знайдіть усі значення параметра a, при яких рівняння має хоча б один корінь:
1) $x^2 - 2(a - 1)x + 2a + 1 = 0$;
2) $(a - 2)x^2 - 2ax + 2a - 3 = 0$.

9. Знайдіть найменше значення параметра h, при якому рівняння $(h + 13)x^2 - 2(h + 1)x + h - 3 = 0$ має один корінь.

10. При яких значеннях параметра p рівняння $x^2 + 2(p - 1)x + p(p - 3) = 0$ має корені різних знаків?

Група Б

11. Розв'яжіть рівняння з параметрами a, b:
1) $abx^2 - (a^2 + b^2)x + ab = 0$;
2) $abx^2 - (a^2 - b^2)x + (a - b)^2 = 0$.

12. Розв'яжіть рівняння:
1) $(2a + x)(2b - x) + (2a - x)(2b + x) + 2a^2 + 8b^2 = 0$, де a, b — параметри;
2) $(x - a)(x - b) + (a + b)x = (b - x)(a + x)$, де a, b — параметри;
3) $(x - a)^2 + (x - b)^2 = (a - b)^2$, де a, b — параметри.

13. Доведіть, що рівняння
$3x^2 - (3m + n)x + (mn - 1) = 0$
при всіх значеннях параметрів m, n має дійсні корені.

Група В

14. Розв'яжіть рівняння з параметрами m, n:
1) $x^4 + m^2n^2 = (m^2 + n^2)x^2$;
2) $m^2n^2x^4 - (m^4 + n^4)x^2 + m^2n^2 = 0$;
3) $x^4 - (mn + 1)x^2 + mn = 0$;
4) $x^4 + mn = (m + n)x^2$.

Відповіді

Група А:

1. 1) Якщо $a\in\left(-\infty;5-4\sqrt{2}\right)\cup\left(5+4\sqrt{2};+\infty\right)$, то $x_{1,2}=\frac{a-1\pm\sqrt{a^2-10a-7}}{4}$; якщо $a=5+4\sqrt{2}$, то $x_1=x_2=1+\sqrt{2}$; якщо $a=5-4\sqrt{2}$, то $x_1=x_2=1-\sqrt{2}$; якщо $a\in\left(5-4\sqrt{2};5+4\sqrt{2}\right)$, то $x\in\varnothing$; 2) якщо $a\in(-\infty;0)\cup(0;1)$, то $x_{1,2}=\frac{-1\pm\sqrt{1-a}}{a}$; якщо $a=0$, то $x=-0,5$; якщо $a=1$, то $x_1=x_2=-1$; якщо $a\in(1;+\infty)$, то $x\in\varnothing$; 3) якщо $a\in(-\infty;-1)\cup\left(\frac{1-\sqrt{17}}{8};0\right)\cup\left(0;\frac{1+\sqrt{17}}{8}\right)$, то $x_{1,2}=\frac{a+1\pm\sqrt{(a+1)\left(-4a^2+a+1\right)}}{2a}$; якщо $a=\frac{1-\sqrt{17}}{8}$, то $x_1=x_2=\frac{-\sqrt{17}+1}{4}$; $a=\frac{1+\sqrt{17}}{8}$, то $x_1=x_2=\frac{\sqrt{17}+1}{4}$; якщо $a=-1$, то $x_1=x_2=0$; при інших значеннях параметра $x\in\varnothing$; 4) якщо $a=5$, то $x=0$; якщо $a\in(-\infty;5)\cup(5;+\infty)$, то $x_{1,2}=\frac{-3a\pm\sqrt{9a^2+4(a-5)^2}}{2(a-5)}$.

2. 1) Якщо $a=0$, то $x_1=x_2=0$; якщо $a\in(-\infty;0)\cup(0;+\infty)$, то $x_1=-a$; $x_2=2a$; 2) якщо $a=0$, то $x=1$; якщо $a\neq0$ і $a\neq1$, то $x_1=1$, $x_2=\frac{1}{a}$; якщо $a=1$, то $x=1$; 3) якщо $a\in\left(-\infty;-\frac{4}{5}\right)$, то $x\in\varnothing$; якщо $a\in\left(-\frac{4}{5};1\right)\cup(1;+\infty)$, то $x_{1,2}=\frac{-(2a+1)\pm\sqrt{5a+4}}{a-1}$; якщо $a=-\frac{4}{5}$, то $x=-\frac{1}{3}$; 4) якщо $a\in\left(-9-\sqrt{84};-9+\sqrt{84}\right)$, то $x\in\varnothing$; якщо $a\in\left(-\infty;-9-\sqrt{84}\right)\cup\left(-9+\sqrt{84};0,5\right)\cup(0,5;+\infty)$, то $x=\frac{3a+1+\sqrt{a^2+18a-3}}{2(2a-1)}$; якщо $a=-0,5$, то $x=-0,2$; якщо $a=-9-\sqrt{84}$, то $x=\frac{3\sqrt{84}+26}{4\sqrt{84}+38}$; якщо $a=-9+\sqrt{84}$, то $x=\frac{3\sqrt{84}-26}{4\sqrt{84}-38}$; 5) якщо $a=-2$, то $x=\frac{1}{3}$; якщо $a=1$, то $x=0$; якщо $a=-\frac{1}{5}$, то $x_1=x_2=-\frac{2}{3}$; якщо $a\in(-\infty;-2)\in\in\left(-2;-\frac{1}{5}\right)\cup\left(-\frac{1}{5};1\right)\cup(1;+\infty)$, то $x_1=\frac{a+1}{a-1}$, $x_2=\frac{a-1}{a+2}$.

3. 1) Якщо $a=0$, то $x_1=x_2=0$; якщо $a=1$, то $x=-1$; якщо $a\in(-\infty;0)\cup(0;1)\cup(1;+\infty)$, то $x_1=-1$; $x_2=\frac{a+1}{a-1}$; 2) $x_1=a-1$; $x_2=a-2$ при будь-яких значеннях параметра a; 3) $x_1=x_2=1$ при будь-яких значеннях параметра a; 4) якщо $a=0$, то $x=1$; якщо $a=-1$, то $x=1$; якщо $a\in(-\infty;-1)\cup(-1;0)\cup(0;+\infty)$, то $x_1=1$; $x_2=-\frac{a^2+a+1}{a}$; 5) якщо $a=\frac{3}{2}$, то $x=\frac{3}{8}$; якщо $a\in\left(-\infty;\frac{3}{2}\right)\cup\left(\frac{3}{2};+\infty\right)$, то $x_1=a$; $x_2=3-a$.

4. 1) Якщо $a=0$, то $x=0$; якщо $a\neq0$, то $x=\pm2a$; 2) якщо $a=0$, то $x=0$; якщо $a\neq0$, то $x=\pm5a$; 3) якщо $a=\pm1$, то $x\in R$; якщо $a\in(-\infty;-1)\cup(-1;1)\cup(1;+\infty)$, то $x=\pm a$.

5. $a=2$, $a=-1$.

6. а) $a\in(-1;+\infty)$; б) $a\in(-\infty;-1]$; в) $a\in\varnothing$.

7. 1) а) -1; $-0,2$; б) $m\in(-\infty;-1)\cup(-0,2;0)\cup(0;+\infty)$; в) $m\in(-1;-0,2)$; 2) а) 0,5; 2; б) $m\in\left(0,5;\frac{2}{3}\right)\cup\left(\frac{2}{3};2\right)$; в) $m\in(-\infty;0,5)\cup(2;+\infty)$; 3) а) $\frac{3}{7}$; 5; б) $m\in\left(\frac{3}{7};4\right)\cup(4;5)$; в) $m\in\left(-\infty;\frac{3}{7}\right)\cup(5;+\infty)$; 4) а) $\frac{2}{35}$; 2; б) $m\in\left(\frac{2}{35};\frac{2}{3}\right)\cup\left(\frac{2}{3};2\right)$; в) $m\in\left(-\infty;\frac{2}{35}\right)\cup(2;+\infty)$.

8. 1) $a\in(-\infty;0]\cup[4;+\infty)$; 2) $a\in[1;6]$.

9. $h=-13$. **10.** 1) $p\in(0;3)$.

Група Б:

11. 1) Якщо $a=0$ і $b\neq0$, то $x=0$; якщо $a\neq0$ і $b=0$, то $x=0$; якщо $a=b=0$, то $x\in R$; якщо $a\neq\pm b$, то $x_1=\frac{a}{b}$; $x_2=\frac{b}{a}$; якщо $a=b\neq0$, то $x=1$; якщо $a=-b\neq0$, то $x=-1$; 2) якщо $a=0$ і $b\neq0$, то $x=-1$; якщо $a\neq0$ і $b=0$, то $x=1$; якщо $a=b=0$, то $x\in R$; якщо $a\neq b$, $a\neq0$ і $b\neq0$, то $x_1=\frac{a-b}{a}$; $x_2=\frac{a-b}{b}$; якщо $a=b$, то $x=0$. *Вказівка до* 2). У формулі коренів рівняння вираз під знаком кореня доцільно подати у вигляді $(a-b)^4$. **12.** 1) При будь-яких значеннях параметрів a, b $x_{1,2}=\pm(a+2b)$; 2) при будь-яких значеннях параметрів a, b $x_1=0$; $x_2=\frac{b-a}{2}$; 3) якщо $a\neq b$, то $x_1=a$, $x_2=b$; якщо $a=b$, то $x=a$.

Група В:

14. 1) Якщо $m\neq n$, то $x_{1,2}=\pm m$; $x_{3,4}=\pm n$; якщо $m=n$, то $x_{1,2}=\pm m$; 2) якщо $m\neq n$, $m\neq0$, $n\neq0$, то $x_{1,2}=\pm\frac{m}{n}$; $x_{3,4}=\pm\frac{n}{m}$; якщо $m=n=0$, то $x\in R$; 3) якщо $mn=1$, то $x=\pm1$; якщо $mn\neq1$ і $mn>0$, то $x_{1,2}=\pm1$; $x_{3,4}=\pm\sqrt{mn}$; якщо $mn\neq1$ і $mn<0$, то $x_{1,2}=\pm1$; якщо $mn\neq1$ і $mn=0$, то $x=0$; 4) якщо $m=n=0$, то $x=0$; якщо $m=n\neq0$ і $m>0$, то $x_{1,2}=\pm m$; якщо $m\geq0$ і $n\geq0$, то $x_{1,2}=\pm\sqrt{m}$; $x_{3,4}=\pm\sqrt{n}$; якщо $n\geq0$ і $m<0$, то $x_{1,2}=\pm\sqrt{n}$; якщо $n<0$ і $m\geq0$, то $x_{1,2}=\pm\sqrt{m}$; якщо $m<0$ і $n<0$, то $x\in\varnothing$.